Elementarmathematik

Die binomische Reihe

oder auch die Binominalreihe

$$(1 + x)^n = 1 + \binom{n}{1} x + \binom{n}{2} x^2 + \binom{n}{3} x^3 + \binom{n}{4} x^4 + \dots$$

Die binomische Reihe findet immer dann Verwendung, wenn der Exponent n eine negative oder eine gebrochene Zahl ist. Damit ist eine binomische Reihe immer auch eine unendliche Reihe.

Wenn $n = -1$ dann ist $(1 + x)^{-1} = \frac{1}{1 + x} = 1 + \frac{-1}{1!} x + \frac{(-1)(-2)}{2!} x^2 + \frac{(-1)(-2)(-3)}{3!} x^3 + \dots$

also $(1 + x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + - \dots$

Das Anfangsglied ist $a_1 = 1$ und der Quotient ist $q = -x$.

Der Summenwert einer unendlichen geometrischen Reihe ist aber nach der Formel $s = \frac{a}{1-q}$ leicht berechenbar; man erhält damit $s = \frac{1}{1 + x}$.

Zu beachten ist, daß die Formel für die unendliche geometrische Reihe nur gilt für den Fall $|q| < 1$.

Damit werden folgende Bedingungen erfüllt, nämlich z. B. $n = -1$ und $n = \frac{1}{2}$ oder $n = -\frac{1}{2}$.

Man sagt: Die Reihe konvergiert für $|x| < 1$.

Mit dem Summenzeichen wird der Ausdruck für die binomische Reihe in geschlossener Form so dargestellt:

$$(1 + x)^n = \sum_{v=0}^{v=\infty} \binom{n}{v} x^v$$