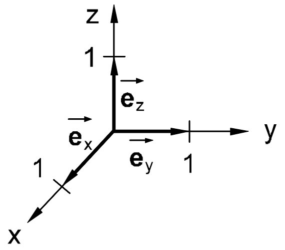
Vektoralgebra

Vektoren in einem rechtwinkligen Koordinatensystem

Mathematatik Band III

Dr.-Ing. Wilhelm Leupold, Seite 161, ff.

Für das praktische Rechnen mit Vektoren, die sich in einem Raum befinden, ist es nützlich, die Vektoren auf einen bestimmten Punkt zu beziehen und durch Parallelverschiebung im Raum ihre Anfangspunkte in diesen Punkt zu verlegen. Der Vektor, der einen festgelegten, gemeinsamen Koordinatenanfangs- oder-ursprungspunkt hat, nennt sich der Ortsvektor oder auch der Radiusvektor und wird durch den Buchstaben **r** gekennzeichnet.



Dazu wird unter anderem ein cartesisches Koordinatensystem zugrunde gelegt, das aus einer x-, y- und z-Achse besteht und ein sogenanntes Rechtssystem bildet, weil man mit den Daumen, Zeige- und Mittelfinger der rechten Hand eine Bewegung einer rechtsgängigen Schraube darstellen kann.

$\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ und $\vec{e}_z$ sind die Grundvektoren, oder auch Einsvektoren genannt, die damit zugleich die Einheiten auf den drei Koordinatenachsen bestimmen.

Der Ortsvektor $\vec{r} = \overrightarrow{\mathbf{OP}} = \mathbf{r}_x + \mathbf{r}_y + \mathbf{r}_z = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ hat also als Komponenten $\mathbf{r}_x$, $\mathbf{r}_y$ und $\mathbf{r}_z$.

In Bezug auf die Grundvektoren $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ und $\vec{e}_z$ sind $\mathbf{r}_x = x$, $\mathbf{r}_y = y$ und $\mathbf{r}_z = z$ die Koordinaten des Vektors $\vec{r}$.

Durch die Angabe der Komponenten oder der Koordinaten ist ein Ortsvektor eindeutig bestimmt

$$\mathbf{r}_x = r_x \vec{e}_x , \qquad \mathbf{r}_y = r_y \vec{e}_y \qquad \text{und} \qquad \mathbf{r}_z = r_z \vec{e}_z$$

$$\text{oder auch} \qquad \mathbf{r}_x = x \vec{e}_x , \qquad \mathbf{r}_y = y \vec{e}_y \qquad \text{und} \qquad \mathbf{r}_z = z \vec{e}_z$$

Da aber die Koordinaten eines Ortsvektors $\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$ mit denen seines Endpunktes P(x;y;z) übereinstimmen, gilt:

Bei vorgegebener Basis kann jedem Punkt des Raumes ein Ortsvektor und umgekehrt jedem Ortsvektor ein Punkt zugeordnet werden.